

Ch 7

规模报酬递增和经济发展

- 资本与资本形成概念

资本的两种理解

- 资本是人与人之间的关系，掌握资本的人通过雇佣来剥削劳动者创造的剩余价值，是资本的人格化。这是马克思《资本论》的视角
- 资本是生产要素，可以产生收益，属于生产力

资本的特点

- 生产性：资本是投资的结果，很大程度上代表了现有的生产能力
- 耐用性：资本在生产过程中逐渐被消耗，其价值回收是通过折旧来实现的
- 增长性：物质资本代表现有的生产能力，且决定未来的生产能力

资本形成指的是净投资，即总资本－折旧

- 资本形成与生产性投资活动相联系
 - 资本形成表现为物质资本的形成，不包括人力资本、金融资本和社会资本的形成
 - 资本形成既是过程也是结果。过程指的是储蓄转化为投资的机制，结果指的是耐用品形成的数量和质量
- #### - 内部经济和外部经济

内部经济：企业内部的规模报酬递增

- 原因：存在投入要素的不可分性（通常来自于固定投资）

外部性

- 个体行为对他人产生的直接影响

- 金融外部性，即通过市场产生影响的外部性

例子：如果市场很小，厂商很少，则雇佣很少，需求因此也很少。但如果所有厂商一起生产，那么需求就会很大，所有企业的规模都会扩大

外部经济

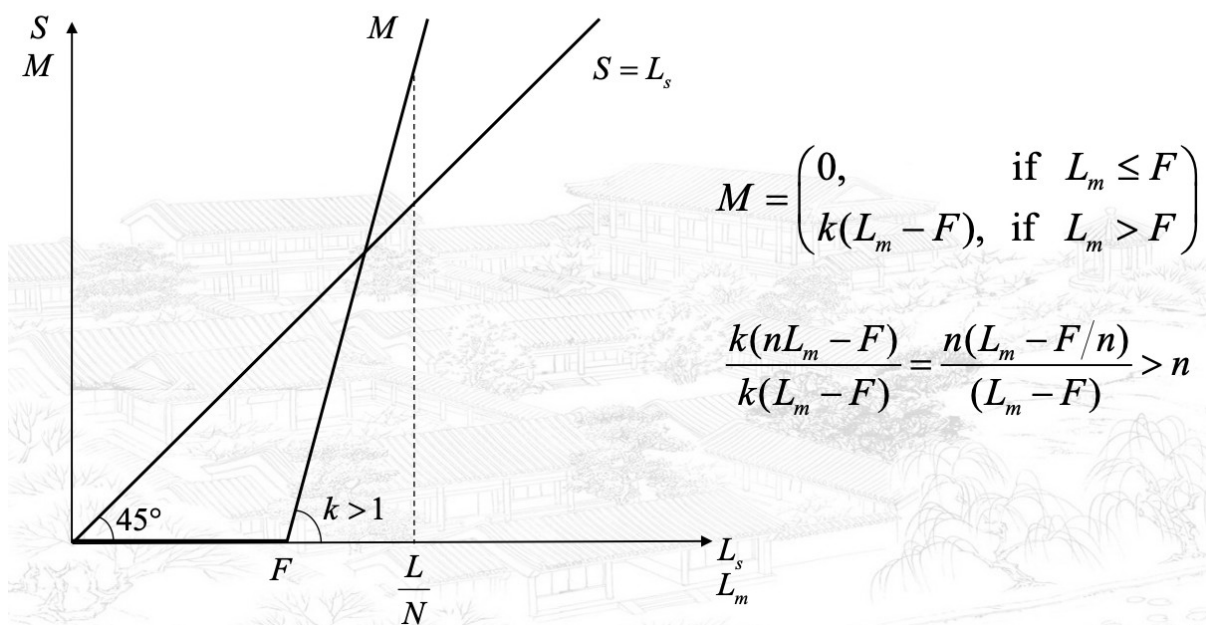
- 企业互相学习可以产生外部经济
 - 劳动分工可以提高效率，产生外部经济
 - 市场规模扩大造成市场整体的规模经济
- 内部经济：大推进理论

模型设定

- N 个部门，每个部门生产一种产品，产品之间有差异，但生产技术相同，消费者对产品的偏好相同
- 每个部门存在两种技术，传统技术和现代技术
- 传统技术的生产函数 $S = L_s$

- 现代技术的生产函数 $M = k(L_m - F)$ ，其中 $k > 1$ 为常数，度量劳动力的边际产出， L_m 为劳动力投入， F 为固定投入

图 7.1 现代技术和传统技术的比较



工业化过程：从传统技术到现代技术的转移过程

假设在起始阶段只有传统技术，存在无数多个企业。这意味着新技术产生之前市场是完全竞争的。现代技术只有一家企业拥有

假设当 $L_m = L_s = L/N$ 时， $M > S$ 。即充分就业时用新技术更好

w_s ：传统企业工资； w ：现代企业工资

定义所有产品的价格为 1

传统企业的问题： $\max_{L_s} S - w_s L_s \quad s.t. \quad S = L_s$

FOC 可得 $w_s = 1$ 。但是 L_s 无法确定，这是因为传统企业是规模报酬不变的，只要工资为 1，企业对多大的生产规模是无所谓的

对于现代企业而言，首先考虑他的定价。显然不能定高于 1 的价格。其也没有动机定低于 1 的价格（因为一旦开始生产，现代企业就会生产一个行业的所有产品，完全挤出传统技术，因为现代企业存在固定成本，从而其平均成本是随产量下降的）

由于现代企业的平均成本是随产量下降的，因此其对劳动力的需求是无限的。唯一的限制是消费者对产品的需求

记总收入为 Y （内生），由于消费者对不同产品的偏好是对称的，价格也想通，因此

消费者对每个部门产品的消费均为 $\frac{Y}{N}$

模型求解

- 规模报酬递增→现代技术企业对劳动力的需求是无限的，唯一的限制是消费者对产品的需求 $M = k(L_m - F) = \frac{Y}{N}$ ，解得劳动力雇佣数量 $L_m = \frac{Y}{Nk} + F$ ，进而有现代企业利润 $\pi = M - wL_m = (1 - \frac{w}{k}) \cdot \frac{Y}{N} - wF$ （这里假定 $k > w$ ，否则企业不会进入市场）

- 假定起始市场上没有工业化部门，然后考虑市场中同时出现 N_2 个工业化部门的可能性

- 令 $\eta = \frac{N_2}{N}$ 为工业化部门的比例， N_1 为没有工业化部门的数量。假设新企业期望雇佣本部门的所有劳动力，这样每个工业化部门的总收入为 $w \cdot \frac{L}{N} + \pi$ ；在没有工业化的部门，利润为 0，总收入为工资 $\frac{L}{N}$ 。因此，新企业期望的总收入为 $Y^e = N_1 \cdot \frac{L}{N} + N_2(\frac{wL}{N} + \pi) = (1 - \eta) \cdot L + \eta(wL + N\pi)$

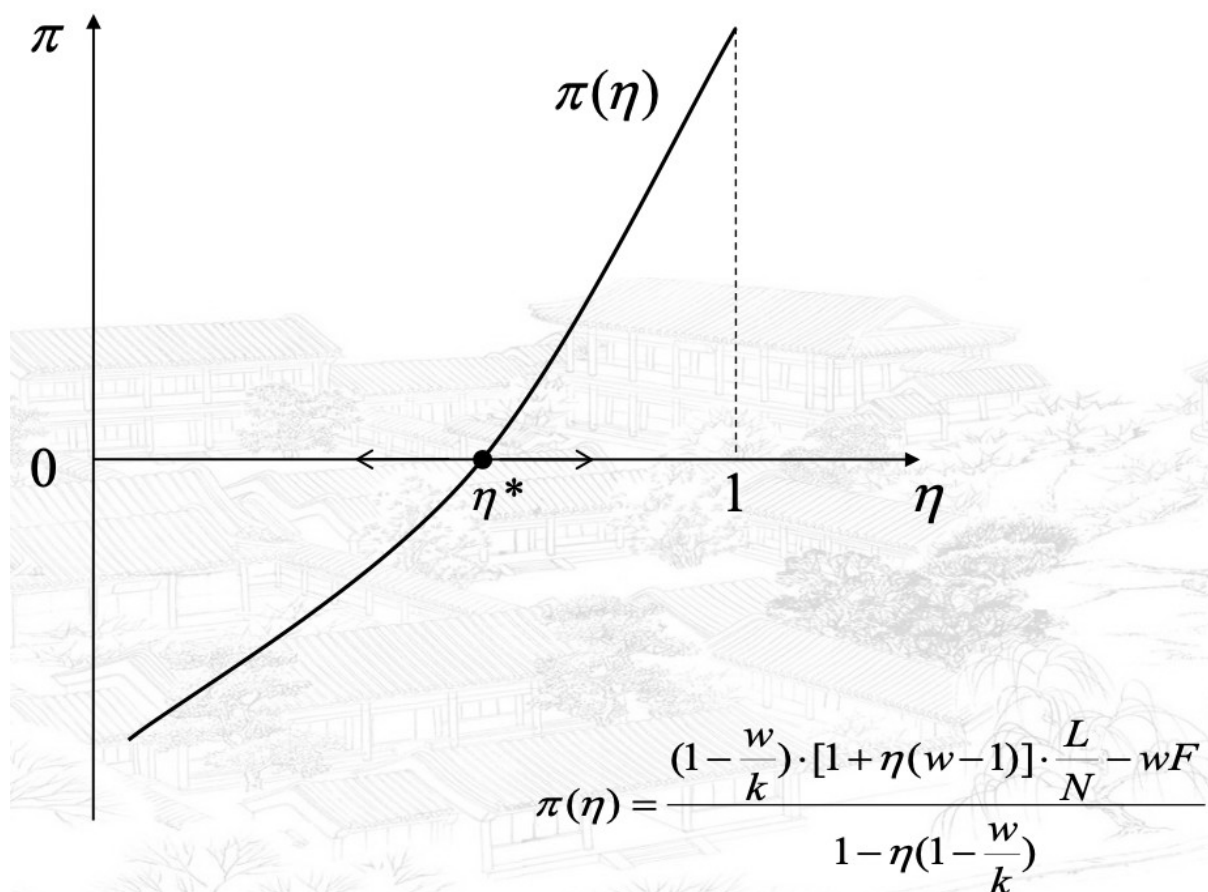
- 由 $\pi = M - wL_m = (1 - \frac{w}{k}) \cdot \frac{Y}{N} - wF$ 得，实现的总收入为 $Y = \frac{N(\pi + wF)}{1 - \frac{w}{k}}$

- 均衡时，期望总收入=实现的总收入，即

$$\pi = \eta(1 - \frac{w}{k}) \cdot \pi + (1 - \frac{w}{k})[1 + \eta(w - 1)] \cdot \frac{L}{N} - wF$$

- 进而有利润关于现代技术企业比例的函数
$$\pi(\eta) = \frac{(1 - \frac{w}{k})[1 + \eta(w - 1)]\frac{L}{N} - wF}{1 - \eta(1 - \frac{w}{k})}$$

图 7.2 大推进图解



- 两个极端的均衡：完全没有工业化或所有部门都工业化
- Intuition：为了让经济跳出没有工业化的陷阱，政府必须扮演协调人的作用，让起始时期进入工业化的部门比例大于一定数量
- 外部经济

模型设定

- 假定经济中存在一家代表性企业，规模报酬不变生产函数为 $Y = AL^aL^{1-a}$ ，其中效率因子 $A = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}}\right)^\mu = k^\mu$ ，其中 $\bar{K}$ 表示社会总资本量， $\bar{L}$ 表示社会劳动力总量，

$\mu > 0$, $a + \mu \geq 1$ 。效率因子 A 的表达式说明经济中的资本积累越多, 生产的技术水平越高。这表示工人在生产中可以“干中学”

短期均衡求解 (K 不变)

- 企业利润最大化问题 $\max_L \pi = AK^a L^{1-a} - wL$

- FOC: $w = (1-a)AK^a L^{-a} \Rightarrow$ 劳动力需求 $L = \left(\frac{(1-a)A}{w} \right)^{\frac{1}{a}} K$

- 由于企业是规模报酬不变的, 我们可以认为市场中只有一家企业, 即 $K = \bar{K}$, $L = \bar{L}$ 。因此

$$w = (1-a)AK^a L^{1-a} = (1-a) \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}} \right)^{\mu} \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}} \right)^a = (1-a) \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}} \right)^{\mu+a} = (1-a)k^{\mu+a}。由$$

于 $a + \mu \geq 1$, 工资是人均资本的非凹函数, 即人均资本对工资具有规模报酬不变或递增的性质

- 进一步, 解出资本回报率

$$r = aAK^{a-1}L^{1-a} = aAK^{a-1} \left(\frac{(1-a)A}{w} \right)^{\frac{1-a}{a}} K^{1-a} = ak^{\frac{\mu}{a}} \left(\frac{1-a}{w} \right)^{\frac{1-a}{a}}。由于企业具有规模报酬不变性质, 因此资本和劳动力加起来分掉所有的产品, 从而工资和资本回报呈负相关。将工资表达式代入并化简, 即得 $r = ak^{a+\mu-1}$ 。在 $a + \mu \geq 1$ 假设下, 资本回报率是人均资本的非减函数$$

长期均衡求解

- 假定只有资本利得提供储蓄, 且储蓄率 s 外生给定。资本利得为 r_K , 人均资本利得 r_k , 人均储蓄量 rsk

- 稳态要求 $r_s = \hat{n} + \delta$, 其中左侧是人均资本的增长速度, 右侧是人均资本的消耗速度

- 将资本回报率 $r = ak^{\frac{\mu}{a}} \left(\frac{1-a}{w} \right)^{\frac{1-a}{a}}$ 代入, 可得长期稳态下工资和人均资本关系

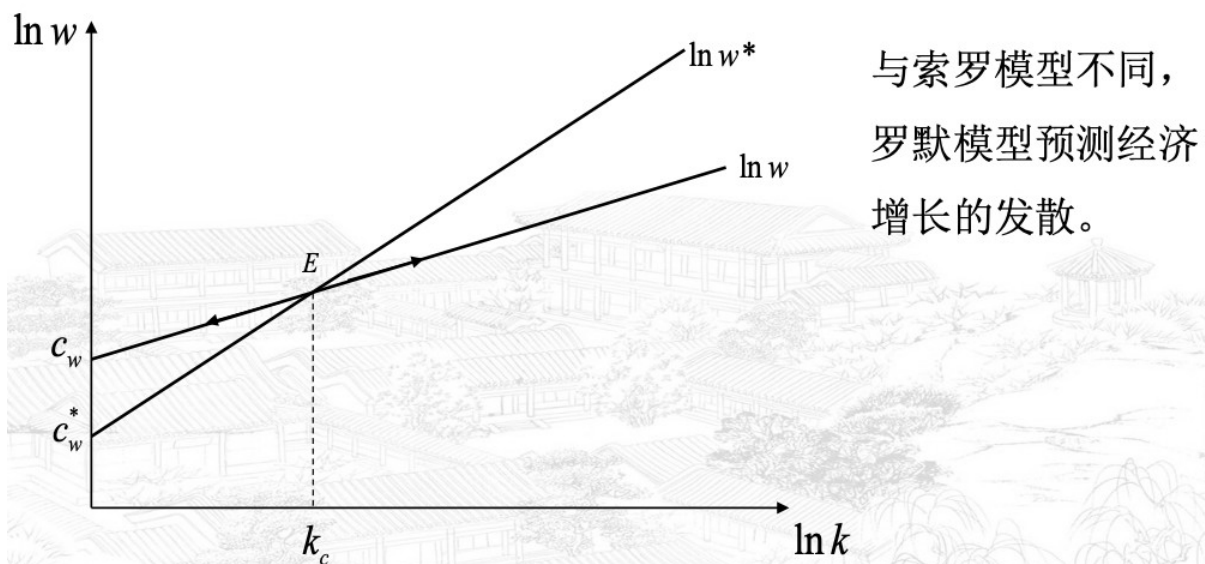
$$w^* = (1-a) \left(\frac{as}{\hat{n} + \delta} \right)^{\frac{a}{1-a}} k^{\frac{\mu}{1-a}}$$

- 将短期和长期工资分别取对数, 得到 $\ln w = c_w + (a + \mu) \ln k$, $c_w = \ln(1-a)$;

$$\ln w^* = c_w^* + \frac{\mu}{1-a} \ln k, \quad c_w^* = \ln(1-a) + \frac{a}{1-a} (\ln(as) - \ln(\hat{n} + \delta))$$

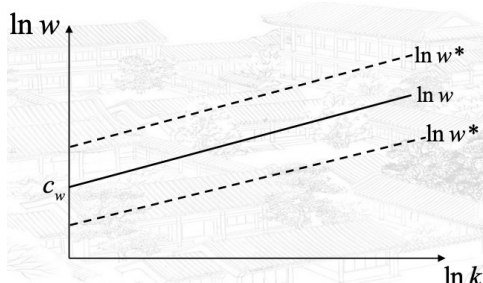
- 假设 $\mu + a \geq 1$, 则 $\frac{\mu}{1-a} \geq \mu + a$, 即长期工资对数线的斜率要大于短期工资对数线

图 7.3 短期工资、长期工资和稳态



- 由于长期工资 w^* 满足索罗模型的稳态条件 $r_s = \hat{n} + \delta$ 且 r 和 w 为反向关系，若短期

图 7.4 另外两种发散的情形



工资大于长期工资 ($w > w^*$)，则积累就赶不上消耗 ($sr(w) < \hat{n} + \delta$)，经济发生衰退；反之经济发展。在图中，点 E 右侧长期工资高于短期工资，经济持续扩张；点 E 左侧长期工资低于短期工资，经济收缩 $\Rightarrow$ 点 E 不是稳定的稳态，系统存在两个均衡，一个是 $k = 0$ ，另一个是 $k \rightarrow \infty$ (经济无限制的增长)

- 若 $c_w^* \geq c_w$ ，则长期工资永远高于短期工资，经济持续扩张。事实上，原始的罗默模型相当于假设 $a + \mu = 1$ ，此时长短期工资对数曲线斜率相同 (见图 7.4)
- 假设 $\mu + a \geq 1$ 是很重要的。实际上，通过

$$Y = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{L}} \right)^\mu \cdot \bar{K}^a \cdot \bar{L}^{1-a} = (\bar{K})^{a+\mu} (\bar{L})^{1-a-\mu}$$
 可以看出，只有当 $\mu + a \geq 1$ 时，资本的边际报酬才上升或至少保持不变，这让完全发散称为可能

- 纵向外部性：赫胥曼模型（不平衡增长）

经济增长可以开始于少数几个部门（这些部门具有较强的技术或者金融外部性），
它们的增长可以带动整个经济的增长。

例子：中国的重工业优先发展战略

模型设定

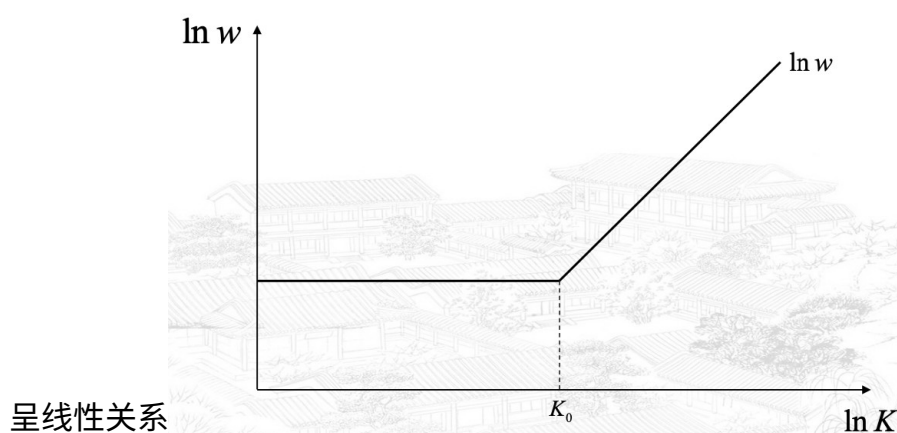
- 经济中存在两个部门，消费品部门和中间投入品部门
- 消费品部门可以使用传统和现代两种技术
- 传统技术仅使用劳动力且规模报酬不变，生产函数为 $S = L_S$
- 现代技术使用资本和中间投入品，生产函数为 $M = K^a I^{1-a}$ ，其中 I 表示中间品
- 中间品部门的生产只使用劳动力，存在规模报酬递增，生产函数为 $I = L_I^{1+\mu}$ ， $\mu > 0$
- 社会总劳动力数量为 $L = L_S + L_I$
- 消费品市场中存在无数厂商，是完全竞争的，而中间品市场只有一家垄断厂商
- 现代技术的复合生产函数 $M = K^a L^{(1+\mu)(1-a)}$

短期情形

- 令消费品价格为 1，工资率为 w （如果传统企业仍然存在，则 w 必然=1，否则不一定=1），中间品价格为 P_I ，资本 K 固定
- 求解思路：逆序求解，先从现代技术最终品部门求解对中间品的需求，再决定中间品的劳动要素，最后通过劳动市场出清来求解
- 现代企业决定中间品的投入： $\max_I K^a I^{1-a} - P_I I$
- FOC： $P_I = (1-a)K^a I^{-a}$ ，恰好是中间品厂商的逆需求函数
- 中间品厂商选择劳动力雇佣数量：
 $\max_{L_I} P_I I - w L_I = (1-a)K^a I^{1-a} - w L_I = (1-a)K^a L_I^{(1-a)(1+\mu)} - w L_I$
- FOC： $w = (1-a)^2(1+\mu)K^a L_I^{-\eta}$ ， $\eta = (1+\mu)a - \mu$

- 中间品厂商雇佣劳动力人数为 $L_I = \left(\frac{(1-a)^2 \cdot (1+\mu) \cdot K^a}{w} \right)^{\frac{1}{\eta}}$
- 若传统技术存在，则 $w=1$ ，于是中间品雇佣人数可以直接求得
- 若传统技术消失，唯一雇佣劳动力的是中间产品部门，因此市场出清要求 $L_I = L$ ，据此可以解出短期工资，取对数后为 $\ln w = \ln [(1-a)^2 \cdot (1+\mu) \cdot L^{-\eta}] + a \ln K$
- 由于 L_I 随着 K 的增加而增加，当劳动力供给满足了中间品部门以后，剩余的劳动力就由传统部门吸收
- L_I 增加时， L_S 就下降，当 L_I 增加到 $L_I = L$ 时，则存在恰好使得传统技术消失的 K ，记为 K_0 ，此时工资恰好为 $w=1$ ，因此可以通过条件 $L = ((1-a)^2 \cdot (1+\mu))^{\frac{1}{\eta}} \cdot K_0^{\frac{a}{\eta}}$ 解出 K_0
- 超过 K_0 后，工资的对数由 $\ln w = \ln [(1-a)^2 \cdot (1+\mu) \cdot L^{-\eta}] + a \ln K$ ，与资本对数

图 7.5 赫胥曼模型图解



- $w=1$ 时， $\ln w = 0$ ，因此可以把消费价格和工资率设定为任何常数而不影响结果
- K_0 之前，短期工资对数曲线为水平线，类似刘易斯模型里劳动力无限供给的状态； K_0 之后，工资开始上升，类似刘易斯模型里超过转折点之后的情况

长期情形

- 资本发生积累，不考虑人口增长，与前面外部经济模型类似地得到稳态下均衡条件 $r_s = \delta$ ，其中 r 为资本回报率， s 为资本储蓄率，其中

$$r = a \cdot K^{a-1} \cdot I^{1-a} = a \cdot \left(\frac{I}{K} \right)^{1-a}$$

- 将中间品对劳动的需求 $(L_I = \left(\frac{(1-a)^2 \cdot (1+\mu) \cdot K^a}{w} \right)^{\frac{1}{\eta}})$ 带入中间品的生产函数 $(I = L_I^{1+\mu})$ 得中间品关于工资和资本存量的表达式

$$I = \left(\frac{(1-a)^2 \cdot (1+\mu) \cdot K^a}{w} \right)^{\frac{1+\mu}{\eta}} = ((1-a)^2(1+\mu))^{\frac{1+\mu}{\eta}} w^{-\frac{1+\mu}{\eta}} K^{\frac{a(1+\mu)}{\eta}}$$

- 将上式带入资本回报率表达式，解得资本回报率关于工资与资本的表达式

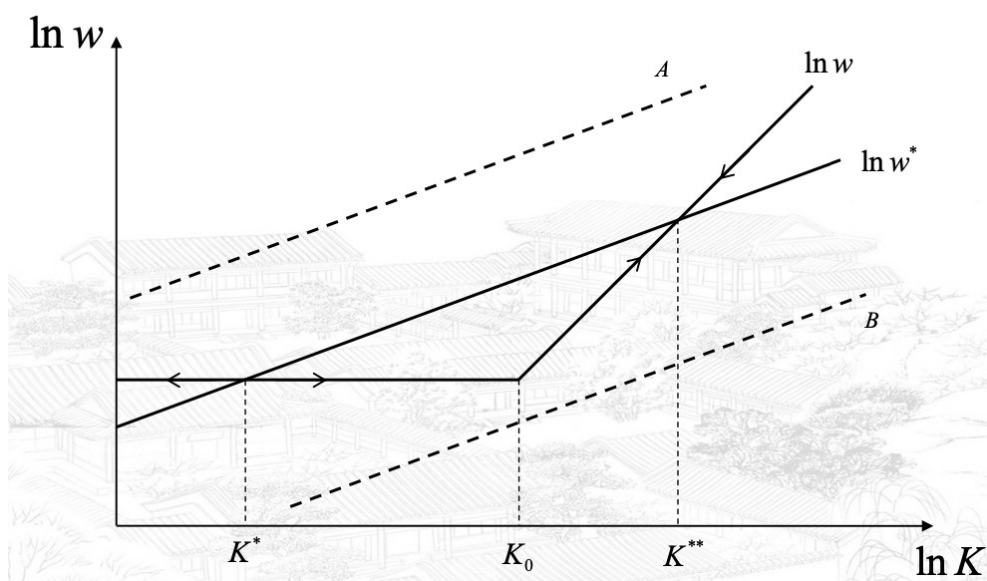
$$r = G \cdot w^{\frac{(1+\mu)(1-a)}{\eta}} \cdot K^{\frac{\mu(1-a)}{\eta}}, \quad G = a \cdot [(1+\mu) \cdot (1-a)]^{\frac{(1+\mu)(1-a)}{\eta}}, \text{ 表明 } r \text{ 和 } w \text{ 之间为负相关关系}$$

- 再将上式带入 $r_s = \delta$ ，取对数，得长期工资和资本存量之间的关系

$$\ln w^* = \frac{\eta}{(1+\mu) \cdot (1-a)} \cdot \ln \frac{G \cdot s}{\delta} + \frac{\mu}{1+\mu} \ln K, \text{ 这说明长期工资的对数是资本存量对数的线性函数，且当 } \mu > 0 \text{ (中间品部门存在规模报酬递增) 时，长期工资对数曲线就不是水平的，但其斜率小于短期工资对数曲线的斜率 (}$$

$$\ln w = \ln [(1-a)^2 \cdot (1+\mu) \cdot L^{-\eta}] + a \ln K)$$

图 7.5 赫胥曼模型图解



- 情况 1：图中的实线。长期和短期工资线相交两次，产生两个稳态，但只有 K^{**} 是稳定的稳态。若起始资本存量大于 K^* ，则经济会达到生产水平较高的 K^{**} 点，否则经济会倒退，资本存量趋于 0。因此存在两个均衡 $K = 0$ 或 $K = K^{**}$
- 情况 2：长期工资如图中的直线 A 所示，此时只有一个稳定的稳态
- 情况 3：长期工资如图中的直线 B 所示，此时经济永远不会发展起来
- 长期工资曲线的截距与储蓄率正相关。当储蓄率适度时，若最终消费品部门的现代技术企业起始的规模较小，则无法支撑起对中间品的市场需求，中间品的垄断厂商无法达到最小有效规模，因此退出市场，最终只有传统企业生产
- 若 $\mu = 0$ ，则长期工资曲线变成水平线，经济能否收敛到一个较高的水平上完全依赖长期工资线的截距是否高于短期工资线的截距（见下左图）

图 7.5 赫胥曼模型图解

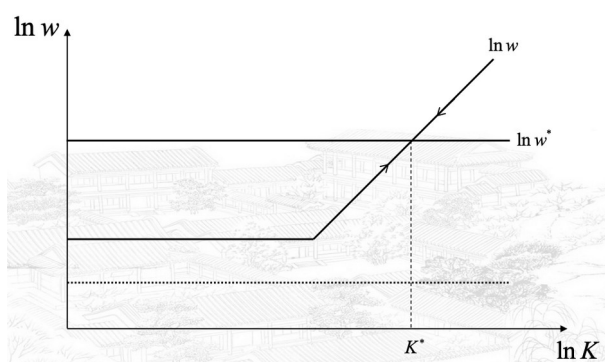
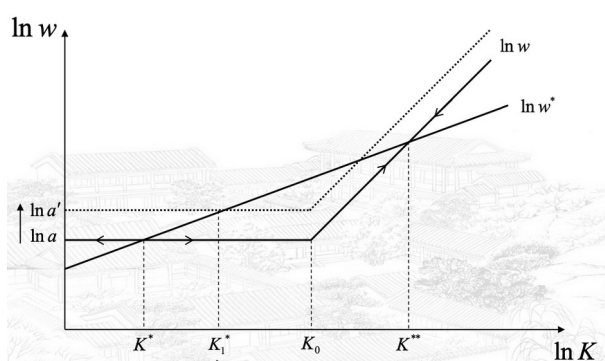
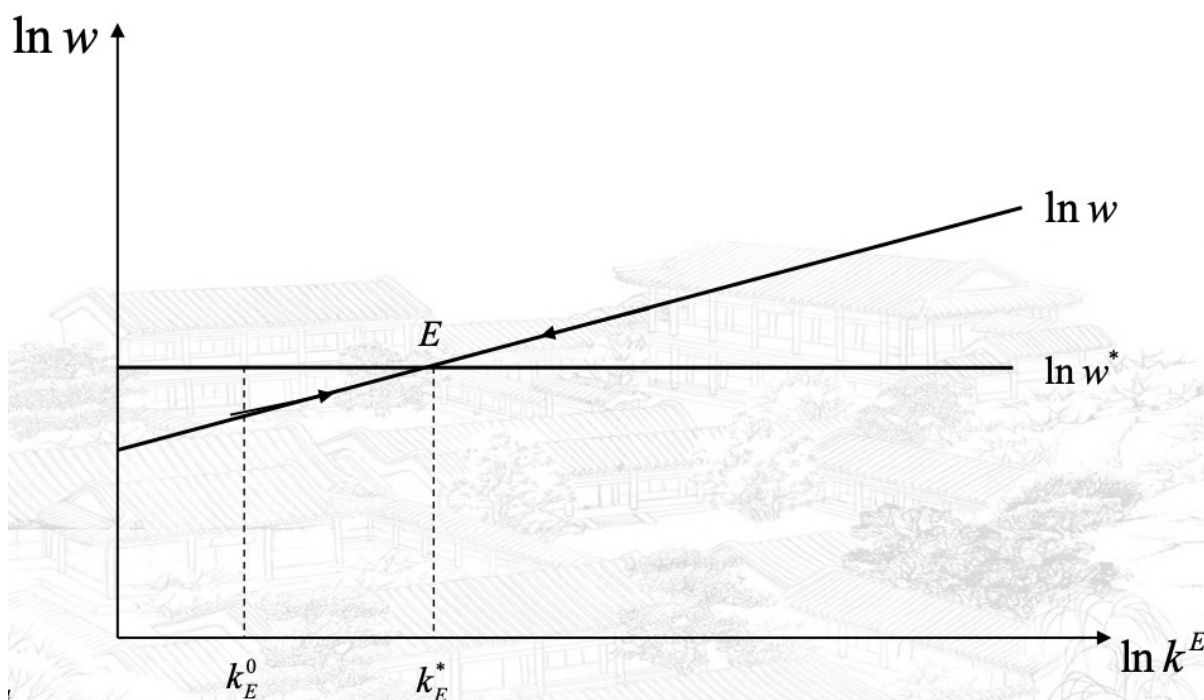


图 7.5 赫胥曼模型图解



- 改写传统技术生产函数为 $S = aL_S$ ，其中 a 可以理解为劳动生产率，此时图中短期工资曲线的水平段变为 $\ln a$ ，农业劳动生产率提升意味着劳动力更昂贵， K^* 提高，一个国家需要更高的初始资本存量才能摆脱贫困陷阱（见上右图）
- 人力资本和经济发展

图 7.6 卢卡斯模型图解



人力资本投资

- 教育投资
- 保健投资

人力资本投资的特点

- 连续性、动态性：活到老学到老
- 投资的受益者与投资者不完全一致性：企业培训员工，首先获益的是员工本身，企业的获益依赖于员工这个个体
- 收益的多面性：除了经济收益，还可以带来社会效益，例如减少疾病危害等

卢卡斯的人力资本模型

- 模型设定

假设一个经济中存在物质资本和人力资本，物质资本存量用 K 表示，人力资本存量用 H 表示

物质资本只能用于生产活动，人力资本可以用于物质生产或人力资本的再生产，

设用于物质生产的比例为 γ ，则物质的生产函数为 $Y = K^a(\gamma H)^{1-a}$

假设人力资本的增长与投入再生产的人力资本成正比，则有

$$\begin{aligned}\dot{H} &= \lambda(1 - \gamma)H, \quad \lambda > 0, \text{ 人力资本存量越高, 人力资本增长就越多, 即} \\ \hat{H} &= \lambda(1 - \gamma)\end{aligned}$$

假设资本的增长由储蓄和折旧决定，储蓄率为 s ，折旧率为 δ ，则物质资本的增长

为 $\dot{K} = sY - \delta K$ ，进而增长速度为

$$\hat{K} = s \cdot \frac{Y}{K} - \delta = s \cdot (k^E)^{a-1} - \delta, \quad k^E = \frac{K}{\gamma \cdot H}$$

- 模型求解

这里短期工资是投入物质生产的有效劳动力的边际产出，为

$$w = (1 - a) \cdot K^a \cdot (\gamma \cdot H)^{-a} = (1 - a) \cdot (k^E)^a$$

由于人力资本的增长率已为常数，而稳态要求资本积累的速度也为常数，因此

$$k^E \text{ 应保持不变, 即 } \frac{d(k^E)}{dt} = \frac{d\left(\frac{K}{\gamma \cdot H}\right)}{dt} = 0$$

由于 γ 为常数，因此 $\frac{K}{H}$ 必为常数，于是有 $\hat{K} = \hat{H}$ ，即 $s \cdot (k^E)^{a-1} - \delta = \lambda \cdot (1 - \gamma)$

由此解得稳态下的人均物质资本 $(k^E)^* = \left(\frac{s}{\lambda(1 - \gamma) + \delta}\right)^{\frac{1}{1-a}}$ ，长期工资

$$w^* = (1 - a) \left(\frac{s}{\lambda(1 - \gamma) + \gamma}\right)^{\frac{a}{1-a}}, \text{ 是常数}$$

若短期工资线的截距大于长期工资的对数，则经济永远没有发展；否则，可以得到收敛的均衡，如图中 E 点

短期工资对数的截距是常数 $1-a$ ，因此能否得到一个收敛完全取决于长期工资的高低，而这又取决于储蓄率 s 和用于再生产的人力资本比例 $1 - \gamma$ ，类似于罗默模型，工资与储蓄率成正比，与用于再生产的人力资本比例成反比